UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA PRUEBAS DE APTITUD PARA ACCESO A LA UNIVERSIDAD **Asignatura: FISICA**		
Convocatoria: 200X-200X	Vía: **CONVALIDABLES GENERAL**	Modelo de examen: MMMMMMMM

BLOQUE A

A1.- En el instante $t = 0$ se deja caer una piedra desde un acantilado sobre un lago; 1,6 s más tarde se lanza una segunda piedra hacia abajo con una velocidad inicial de 32 m/s. Sabiendo que ambas piedras llegan a la superficie del lago en el mismo instante, encontrar la altura del acantilado.

A2.- Una partícula de 3 kg parte del reposo en $x = 0$ y se mueve a lo largo del eje X bajo la influencia de una fuerza cuyo valor expresado en función de la distancia al origen es $F = 6 + 4x - 3x^2$, donde F está dada en newtons y x en metros. (a) Encontrar el trabajo realizado por la fuerza al mover la partícula de $x = 0$ a $x = 3$. (b) Encontrar la potencia desarrollada por la fuerza cuando la partícula se encuentra en el punto $x = 3$.

BLOQUE B

B1.- Considérese una onda sinusoidal transversal, que se propaga de derecha a izquierda y tiene una longitud de onda de 20 m, una amplitud de 4 m y una velocidad de propagación de 200 m/s. Determinar:
a) el número de onda y la frecuencia angular
b) la ecuación de la onda en función de x, t y la fase inicial.
c) la velocidad y aceleración transversal máxima de un punto alcanzado por la vibración.

B2.- Se considera el campo eléctrico producido por una carga $q_1 = 3.10^{-9}$ C situada en el origen de coordenadas (0, 0, 0) y por la carga $q_2 = -3.10^{-9}$ C situada en (0, 8, 0). Las distancias se dan en mm.
a) Dibujar un esquema de la situación y calcular el potencial eléctrico en el punto A de coordenadas (0, 6, 0)
b) Calcular el potencial eléctrico en el punto B de coordenadas (3, 4, 0)
c) Calcular el trabajo necesario para llevar una carga $q = 2\times10^{-9}$ C desde A hasta B. (Datos $K_e = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \times 10^9$ N.m^2/C^2)

Solución del modelo 2

A1.- La primera piedra se deja caer, partiendo del reposo, en el instante $t = 0$ y llega al suelo en el instante $t = t_s$ La segunda piedra se lanza con velocidad v = 32 m/s en el instante t_1 = 1,6 s y llega al suelo al mismo tiempo que la primera. Si la altura del acantilado es h, deben satisfacerse las dos ecuaciones

$$h = \frac{1}{2} g t_s^2$$

$$h = v(t_s - 1,6) + \frac{1}{2} g (t_s - 1,6)^2$$

De ambas ecuaciones es fácil obtener t_s

$$t_s = \frac{v t_1 + (1/2) g t_1^2}{v - g t_1} = \frac{32[\text{m/s}]\times 1,6[\text{s}] + 4,9[\text{m/s}^2]\times 1,6^2[\text{s}^2]}{32[\text{m/s}] - 9,8[\text{m/s}^2]\times 1,6[\text{s}]} = 2,4 \text{ s}$$

y entonces

$$h = \frac{1}{2} 9,8 \text{ [m/s}^2] \times 2,4^2 \text{ [s}^2] = 28,2 \text{ m}$$

A2.- El trabajo realizado por la fuerza al mover la partícula hasta un punto $x = 3$ es

$$W = \int_0^3 F dx = \int_0^3 \left(6 + 4x - 3x^2\right) dx = 6x + 2x^2 - x^3 \Big]_0^3 = 9 \text{ julios}$$

La energía cinética de la partícula habrá aumentado en esta cantidad. Puesto que inicialmente era cero (la partícula parte del reposo), su velocidad cuando se encuentra en el punto $x = 3$ es

$$\frac{1}{2} m v^2 = W \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 9 \text{ [J]}}{3 \text{ [kg]}}} = \sqrt{6} \text{ m/s}$$

Nos quedamos con el signo positivo de la raíz pues es fácil ver que, aunque la aceleración en este punto es negativa $a = F/m = (6 + 4\times 3 - 3 \times 3^2)/3 = -3 \text{ m/s}^2$, la velocidad sigue siendo positiva pues solo se anula para $6x + 2x^2 - x^3 = 0$.

La potencia desarrollada es el trabajo realizado por unidad de tiempo

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F.dx}{dt} = F.v$$

La fuerza cuando la partícula está en $x = 3$ es F = (6 + 4 x 3 – 3 x 3^2) = - 9 N, de modo que la potencia en ese momento es $P = -9\sqrt{6}$ vatios.

B1.- (a) El número de onda y la frecuencia angular son

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{20\text{m}} = \frac{\pi}{10} \text{ m}^{-1} \qquad \omega = 2\pi\nu = 2\pi\frac{v}{\lambda} = kv = 20\pi \text{ s}^{-1}$$

(b) La ecuación de la onda es

$$y(x,t) = A\sin\left(kx - \omega t + \phi_0\right) = 4\sin\left(\frac{\pi}{10}x - 20\pi t + \phi_0\right)$$

(c) La velocidad y aceleración transversales del punto de la cuerda de coordenada x son

$$v_y(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = -\omega A\cos\left(kx - \omega t + \phi_0\right)$$

$$a_y(x,t) = \frac{d^2y(x,t)}{dt^2} = -\omega^2 A\sin\left(kx - \omega t + \phi_0\right)$$

de modo que sus valores máximos serán $\omega_{max} = \omega A = 80\pi$ m y $a_{max} = 1600\pi^2$ m/s^2.

B2.- (a) La distancia del punto A a la carga q_1 es $r_{1A} = 6$ mm, y su distancia a la carga q_2 es $r_{2A} = 2$ mm. Entonces

$$V_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{1A}} + \frac{q_2}{r_{2A}}\right) = 9\times10^9\ [\mathrm{N.m^2/C^2}]\left(\frac{3\times10^{-9}}{6\times10^{-3}} - \frac{3\times10^{-9}}{2\times10^{-3}}\right)[\mathrm{C/m}] = -9\times10^3\ \mathrm{V}$$

(b) La distancia del punto B a la carga q_1 es $r_{1B} = (3^2 + 4^2)^{1/2} = 5$ mm, y su distancia a la carga q_2 es $r_{2B} = (3^2 + (8\text{-}4)^2)^{1/2} = 5$ mm. Por lo tanto

$$V_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{1B}} + \frac{q_2}{r_{2B}}\right) = 0$$

(c) El trabajo necesario para llevar la carga q desde A a B es

$$W_{AB} = q\left(V_B - V_A\right) = 2\times10^{-9}[\mathrm{C}]\times9\times10^3[\mathrm{V}] = 18\times10^{-6}\ \mathrm{J}$$

Modelo 3

BLOQUE A

A1.- Se lanza una pelota, desde una altura inicial de 2 m, contra un muro vertical situado a 4 m de distancia. La velocidad inicial de la pelota es $\mathbf{v}_0 = (10\mathbf{i} + 10\mathbf{j})$ m/s. Cuando la pelota choca contra el muro la componente horizontal de su velocidad cambia de signo y la componente vertical no varía. ¿En que punto llega al suelo la pelota?

A2.- Un satélite artificial está situado a 350 km sobre la superficie de la Tierra. Calcular:
a) su velocidad orbital;
b) su periodo de revolución alrededor de la Tierra;
c) el valor de la aceleración centrípeta a esa distancia de la Tierra.
d) Comparar este resultado con el valor de la intensidad de la gravedad, g, a esa distancia de la Tierra.
Datos: R_T = 6400 km, g_0 = 9,8 m/s^2

BLOQUE B

B1.- Un mol de gas ideal se caliente y se expande desde un estado inicial I (con presión p_i = 3 atm, volumen V_i = 1 litro, energía interna U_i = 456 J) hasta un estado final F (p_f = 2 atm, V_f = 3 litros, U_f = 912 J) siguiendo una trayectoria recta desde el estado inicial al final en un diagrama pV. (a) Mostrar la trayectoria seguida en el diagrama pV y calcular el trabajo realizado por el gas. (b) Determinar el calor suministrado al gas en este proceso.

B2,- Una bobina de 20 espiras se encuentra en un campo magnético uniforme B = 0,2 T. La bobina tiene forma rectangular de lados a = 2 cm y b = 3 cm. La normal al plano de la bobina forma un ángulo ϕ con las líneas del campo magnético. Cuando por la bobina pasa una corriente de intensidad I = 0,001 A sobre la bobina se ejerce un par de fuerzas cuyo momento tiene un valor $\tau = 8 \times 10^{-7}$ N·m. Determinar el valor de ϕ.

Solución del modelo 3

A1.- La pelota llega a la pared al cabo de un tiempo $t = 4/v_{0x} = 4/10$ segundos. En ese instante su velocidad vertical y su coordenada Y serán

$$v_y = v_{0y} - gt = 10\ [\text{m/s}] - 9,8\ [\text{m/s}^2] \times 0,4\ \text{s} = 6,08\ \text{m/s}$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = 2\ [\text{m}] + 10\ [\text{m/s}] \times 0,4\ [\text{s}] - 4,9\left(\text{m/s}^2\right) \times 0,16\ [\text{s}^2] = 5,22\ \text{m}$$

En el rebote en la pared la velocidad horizontal se invierte. Por lo tanto, a partir de este instante tenemos un problema de tiro oblicuo partiendo de un punto (0, 5.22) y velocidad inicial (-10, 6.08). Las ecuaciones para las coordenadas son ahora

$$x = -10t$$

$$y = 5,22 + 6,08t - \frac{1}{2}9,8t^2$$

Cuando la pelota llega al suelo $y = 0$ y así $t = \dfrac{6,08 + \sqrt{6,08^2 + 2 \times 5,22 \times 9,8}}{9,8} = 1,82\ \text{s}$

La distancia a la pared será entonces x = -18,2 m.

A2.- Si llamamos h a la altura del satélite sobre la superficie de la Tierra, el radio de su órbita será $R_T + h$. La aceleración centrípeta del satélite es $v^2/(R_T + h)$. Dicha aceleración es debida a la fuerza gravitatoria, de modo que (llamando M_T a la masa de la Tierra)

$$m\frac{v^2}{R_T + h} = G\frac{M_T m}{\left(R_T + h\right)^2} \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{GM_T}{R_T + h}$$

El cálculo puede simplificarse teniendo en cuenta que $g_0 = GM_T / R_T^2 = 9,81\ \text{m/s}^2$

$$v^2 = \frac{GM_T}{R_T^2}\frac{R_T^2}{R_T + h} = g_0\frac{R_T}{1 + \left(h/R_T\right)} = 9,8\ [\text{m/s}^2] \times \frac{6,4 \times 10^6}{1,05}\ [\text{m}] = 59,73 \times 10^6\ [\text{m/s}]^2$$

y $v = 7,73 \times 10^3$ m/s. El periodo de revolución será

$$T = \frac{2\pi\left(R_T + h\right)}{v} = \frac{2\pi\left(R_T + h\right)^{3/2}}{g_0 R_T} = 5483,83\ \text{s}$$

El valor de la aceleración centrípeta es

$$\frac{v^2}{R_T + h} = G\frac{M_T}{\left(R_T + h\right)^2} = \frac{GM_T}{R_T^2}\frac{R_T^2}{\left(R_T + h\right)^2} = g_0\left(\frac{1}{1 + h/R_T}\right)^2 = 0,97g_0$$

B1.- (a) La temperatura inicial del gas es

$$T_i = \frac{P_i V_i}{nR} = \frac{3\ [\text{atm}]\times 1\ [\text{litro}]}{1\ [\text{mol}]\times 0,082\ [\text{atm.litro/mol}]} = 36,6\ \text{K}$$

de modo que la energía interna inicial es

$$U_i = nC_V T_i = n\frac{3}{2}R\frac{P_i V_i}{nR} = \frac{9}{2}\ [\text{atm.litro}] = \frac{9}{2}\frac{8,31}{0,082}\ \text{J} = 456\ \text{J}$$

Es ahora fácil ver que la temperatura final es $T_f = 2T_i = 73,2$ K y U_f = 912 J.

(a) La trayectoria en un diagrama p-V es una línea recta que va desde el punto (1, 3) al punto (3, 2), donde las abcisas se miden en litros y las ordenadas en atmósferas. La ecuación de la recta que pasa por ambos puntos es

$$P = 3 + \frac{2-3}{3-1}\left(V-1\right) = \frac{7}{2} - \frac{1}{2}V$$

El trabajo realizado en el proceso es

$$W = -\int_{V_i}^{V_f} PdV = -\int_{V_i}^{V_f}\left(\frac{7}{2}-\frac{1}{2}V\right)dV = -\frac{7}{2}V + \frac{1}{4}V^2\Big]_1^3 = -5\ \text{atm.litro}$$

Otra forma de calcular el trabajo realizado es calcular el área limitada por la recta anterior y las verticales V = 1 y V = 3. Esta área es la suma de un cuadrado de base (V_f – V_i) y altura P_f y un triángulo de la misma base y altura (P_i – P_f), es decir

$$W = -\left(V_f - V_i\right)P_f - \frac{1}{2}\left(V_f - V_i\right)\left(P_i - P_f\right) = -5\ \text{atm.litro} = \frac{5\times 8,31}{0,082}\ \text{J} = -506,7\ \text{J}$$

(b) El calor suministrado al gas en el proceso es

$$\Delta Q = \Delta U - W = (912-456)\ [\text{J}] + 506,7\ [\text{J}] = 912,7\ [\text{J}]$$

B2.- Supongamos que los lados horizontales son de longitud a y los lados verticales son de longitud b. Sobre los lados verticales actúan fuerzas $\vec{F} = NI\vec{a}\times\vec{B}$ que son perpendiculares al plano determinado por el vector $\vec{a}$ dirigido a lo largo del lado (y en el sentido de la corriente) y la dirección del campo magnético. Por lo tanto, ambas fuerzas son verticales y de sentido contrario, ya que la corriente apunta en sentido contrario en cada lado. Por su parte, las fuerzas sobre los lados verticales son $\vec{F} = NI\vec{b}\times\vec{B}$, que son horizontales.

Si la normal al plano de la bobina forma un ángulo ϕ con el campo, los lados verticales están a una distancia *(a/2)* cos ϕ del eje vertical de la bobina. En resumen, el momento de las fuerzas horizontales es

$$\tau = 2F(a/2)\cos\phi = NIbBa\cos\phi = NIBS\cos\phi$$

siendo $S = ab$ el área de la bobina. (Nótese que el resultado hubiera sido el mismo si los lados a fuesen los verticales y los lados b los horizontales). Entonces

$$\cos\phi = \frac{\tau}{NIBab} = \frac{8\times 10^{-7}[\text{N.m}]}{20\times 10^{-3}[\text{A}]\times 0,2[\text{T}]\times 6\times 10^{-4}[\text{m}^2]} = \frac{1}{3}$$

Modelo 4

BLOQUE A

A1.- Un bloque de 3 kg desliza por una superficie horizontal, sin fricción, según la dirección del eje X con una velocidad de 6 m/s. En un momento dado, este bloque explota en 2 partes con masas 2 kg y 1 kg respectivamente, de tal forma que el trozo de 1 kg se mueve sobre la superficie horizontal en la dirección del eje Y con una velocidad de 4 m/s. (a) Encontrar la velocidad del otro trozo. (b) ¿Cuál es la velocidad del centro de masas después de la explosión?

A2.- Se lanza una piedra horizontalmente desde lo alto de una pendiente que forma un ángulo ϕ con la horizontal. Si la velocidad inicial de la piedra es v ¿a qué distancia (medida a lo largo de la pendiente) aterriza?

BLOQUE B

B1.- Una cuerda de 60 cm fija por sus extremos vibra en su modo fundamental con una frecuencia de 30 Hz. La amplitud de vibración de su punto central es de 3 cm. La cuerda tiene una masa de 30 g. ¿Cuál es la velocidad de propagación de una onda transversal en la cuerda; (b) ¿cuál es la tensión de la cuerda?

B2.- Sean 3 superficies esféricas concéntricas de radios r_1 = 5 cm, r_2 = 10 cm y r_3 = 15 cm. Las tres superficies tienen una misma carga Q = 8 μC uniformemente distribuida. Calcular el campo eléctrico en un punto situado a una distancia d = 12 cm del centro de las superficies.
(Datos: $K = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \times 10^9$ N·m^2/C^2)

Solución del modelo 4

A1.- Puesto que no actúan fuerzas externas, la cantidad de movimiento del sistema se conserva. Por lo tanto (llamando M a la masa del bloque inicial y m_1, m_2 a las masas de los fragmentos finales) se tiene

$$Mv = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}$$
$$0 = m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y}$$

Según el enunciado, $v_{1x} = 0$ y $v_{1y} = 4$ m/s, de modo que las componentes de la velocidad del bloque 2

$$v_{2x} = \frac{M}{m_2} v = \frac{3}{2} \times 6 \text{ [m/s]} = 9 \text{ m/s}$$
$$v_{2y} = -\frac{m_1}{m_2} v_{1y} = -\frac{1}{2} \times 4 \text{ [m/s]} = -2 \text{ m/s}$$

b) La velocidad del centro de masas se mantiene constante.

A2.- Las coordenadas de la piedra en función del tiempo son

$$x = vt \qquad y = -\frac{1}{2} g t^2$$

y eliminando el tiempo entre ambas obtenemos la ecuación de la trayectoria $y = -(g/2v^2)x^2$

Por otra parte, la ecuación de la pendiente es $y = -x \tan\phi$. Así, cuando la piedra caiga en la pendiente se cumplirá

$$-\frac{g}{2v^2} x_f^2 = -x_f \tan\phi \quad \Rightarrow \quad x_f = \frac{2v^2 \tan\phi}{g}; \qquad y_f = -\frac{2v^2 \tan^2\phi}{g}$$

La distancia d medida a lo largo de la pendiente es entonces

$$d = \sqrt{x_f^2 + y_f^2} = \frac{2v^2}{g} \tan\phi \sqrt{1 + \tan^2\phi} = \frac{2v^2 \tan\phi}{g \cos\phi}$$

B1.- (a) Si la cuerda vibra en su modo fundamental, la longitud de onda es $\lambda = 2L$. Entonces la velocidad de las ondas en la cuerda es

$$v = \lambda \nu = 2L\nu = 2 \times 0,6 \times 30 \text{ m/s} = 36 \text{ m/s}$$

(b) La velocidad de propagación de las ondas en una cuerda es $v = \sqrt{\tau/\rho}$. Entonces

$$\tau = \rho v^2 = \frac{0,03[\text{kg}]}{0,6[\text{m}]} \times 36^2 [\text{m/s}]^2 = 64,8 \text{ N}$$

B2.- Por el teorema de Gauss el campo eléctrico creado por una superficie esférica uniformemente cargada a una distancia r de su centro es

$$E(r) = \begin{cases} 0 & \text{si } r < R \\ \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2} & \text{si } r > R \end{cases}$$

El punto en cuestión está fuera de las dos primeras superficies y dentro de la tercera, de modo que solo las dos primeras contribuyen al campo. Entonces

$$E = E_1 + E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{r^2} + \frac{Q}{r^2}\right) = 9\times10^9\ \left[\mathrm{N.m^2/C^2}\right]\ \frac{2\times8\times10^{-6}\ [C]}{0{,}12^2\ [\mathrm{m}^2]} = 10^7\ \mathrm{N/C}$$